LA PROBABILIDAD EN LAS CONSTRUCCIONES GEOMETRICAS

POR

LUIS A. SANTALO
Profesor de la Universidad Nacional de La Plata

I. INTRODUCCION

En muchos libros de Cálculo de Probabilidades, como ejemplo de probabilidades geométricas o continuas, se suele considerar el problema de hallar la probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados los tres lados al azar (*).

En realidad un problema de probabilidad de tipo análogo se presenta en todas las construcciones geométricas siempre que los datos deban cumplir ciertas condiciones para que la construcción sea posible. En la construcción de triángulos, dados tres de sus elementos, los problemas de este tipo que aparecen son abundantes: ¿cuál es la probabilidad de que se pueda construir un triángulo dadas las tres medianas al azar, o las tres alturas, o dos alturas y una mediana? Pero no sólo en la construcción de triángulos, sino que en cualquier otra rama de la geometría donde se trate de una construcción gráfica, la posibilidad o no de la misma presenta de manera natural una cuestión de probabilidad. Por ejemplo: dados dos pares de puntos al azar sobre una cónica, ¿cuál es la probabilidad de que la involución que ellos determinan sea elíptica?; dado un espacio de dibujo limitado y en él tres puntos al azar en línea recta, A, B, C, ¿cuál es la probabilidad de que el conjugado armónico de B respecto al par $A — C$ caiga dentro de los límites del dibujo? En geometría descriptiva también los ejemplos son frecuentes: representada en el sistema Monge una esfera y dadas al azar las dos

(*) Ver, por ejemplo, E. Czuber, *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Leipzig und Berlin, 1908, p. 87-88.

proyecciones de una recta de manera que corten a las proyecciones del mismo nombre de la esfera, ¿cuál es la probabilidad de que la recta corte realmente a la esfera?; o bien, representado en sistema Monge un cono de revolución con la base apoyada en el plano horizontal y dada una dirección al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la sombra del cono no corte a la línea de tierra?

Este es el tipo de problemas que nos proponemos tratar en este trabajo. Daremos únicamente algunos ejemplos que puedan servir de modelo, aunque ya se comprende que se podrían plantear infinitos de ellos. Desde el punto de vista conceptual la solución de este tipo de problemas no ofrece dificultad; la dificultad aparece en el cálculo efectivo de las integrales múltiples que dan la solución, las cuales fácilmente se complican hasta extremos prácticamente inasequibles. Por ejemplo, aunque de fácil planteo, parece prácticamente imposible de resolver un problema tan atrayente como el siguiente: se da una lámina de dibujo rectangular y dentro de ella una elipse (o, en general, un arco de cónica); dados sobre la misma seis puntos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la recta de Pascal del exágono que ellos forman caiga dentro de los límites del dibujo?

II. LA PROBABILIDAD EN LA CONSTRUCCION DE TRIANGULOS

Empezaremos por el caso más simple de problemas del tipo mencionado, a saber: dados al azar tres elementos que determinan un triángulo, hallar la probabilidad de que el triángulo exista realmente.

Por comodidad utilizaremos, como es costumbre, la siguiente nomenclatura:

A, B, C ángulos del triángulo;
a, b, c lados opuestos a los ángulos del mismo nombre;
h_a, h_b, h_c alturas que parten de A, B, C, respectivamente;
m_a, m_b, m_c medianas que parten de A, B, C, respectivamente;
w_a, w_b, w_c bisectrices, etc.

Un triángulo queda determinado por tres elementos independientes. Hay casos en que la construcción es siempre posible, por ejemplo cuando los datos son (A, b, c); se dice entonces que la proba-

bilidad de poderlo construir es igual a 1. En otros casos el triángulo sólo se puede construir cuando uno de los datos toma un valor particular calculable a partir de los demás, por ejemplo cuando se dan (A, b, h_c); se dice entonces que la probabilidad de poderlo construir es nula. Entre estos casos extremos quedan aquellos, más interesantes, en que para que el triángulo se pueda construir los datos deben cumplir ciertas desigualdades o inecuaciones; el cálculo de la probabilidad de que la construcción sea posible posee entonces un verdadero sentido.

Es bien sabido que un problema de probabilidades geométricas sólo está bien planteado cuando se da el procedimiento seguido para elegir los datos al azar, lo cual equivale a dar la llamada

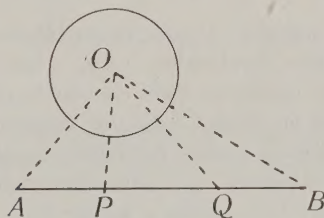


Fig. 1.

« función de probabilidad ». Cambiando el procedimiento, puede cambiar la probabilidad. Es clásica en este sentido la llamada « paradoja de Bertrán »(*). Sin necesidad de acudir a ella se pueden dar ejemplos mucho más simples. Supongamos un segmento $A B$ e interior al mismo otro segmento $P.Q$ (fig. 1); dado un punto X al azar en $A B$, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca a $P Q$? Para elegir X podemos tomar una ruleta de centro O y prolongar el radio final hasta cortar a AB (si no lo corta se repite la experiencia sin contar la prueba); la probabilidad es entonces el cociente entre el ángulo POQ y el AOB. Es evidente que esta probabilidad depende de la posición en el plano del centro O de la ruleta.

Sentadas estas observaciones, pasemos al problema de la probabilidad de poder construir un triángulo dados los datos al azar.

(*) Ver, por ejemplo, R. Deltheil, *Probabilités géométriques*, París, 1926.

Distinguiremos tres casos según que los datos sean tres segmentos, dos segmentos y un ángulo o un segmento y dos ángulos.

1. Problemas de probabilidad en la construcción de triángulos cuando los datos son 3 segmentos. — Debemos definir con toda precisión lo que entendemos por dar 3 segmentos al azar. Para ello utilizaremos dos procedimientos, que parecen los más naturales, a saber:

Procedimiento I. — Consideremos tres ejes cartesianos rectangulares x, y, z y el hexaedro regular de los puntos cuyas coordenadas satisfacen las limitaciones

$$0 \leq x \leq k \quad , \quad 0 \leq y \leq k \quad , \quad 0 \leq z \leq k \qquad [1]$$

donde k es una constante. A cada punto interior a este hexaedro corresponden su tres coordenadas x, y, z que tomaremos como segmentos datos del problema. Para calcular la probabilidad de un problema determinado bastará hallar el volumen llenado por los puntos correspondientes a casos favorables, es decir, por los puntos con cuyas coordenadas la construcción es posible, y dividirlo por el volumen total del hexaedro o sea por k^3.

Observemos que si $P(x, y, z)$ es un punto favorable, todos los que están sobre la recta que lo une con el origen, por tener sus coordenadas de la forma λx, λy, λz, serán también puntos favorables, puesto que corresponderán a triángulos semejantes. Por esto, el volumen de los casos favorables que hay que calcular en cada caso está siempre limitado por superficies cónicas de vértice en el origen de coordenadas.

Procedimiento II. — Sea dado un triángulo de altura k (triángulo fundamental). A cada punto P interior al mismo podemos hacer corresponder las tres distancias x, y, z del mismo a los tres lados del triángulo, distancias que tomaremos como segmentos datos del problema. Los puntos correspondientes a casos favorables llenarán una cierta área que deberemos calcular en cada caso: ella será la medida de los casos favorables. La medida de todos los casos posibles será el área del triángulo fundamental, o sea $(1/\sqrt{3})\, k^2$ y el cociente entre las dos medidas será la probabilidad, calculada según este segundo procedimiento.

Observemos que en este caso los datos x, y, z estarán ligados por la relación

$$x + y + z = k. \qquad [2]$$

Para el cálculo de las áreas que se presentan a veces es útil observar que tomando un sistema de coordenadas cartesianas orto-

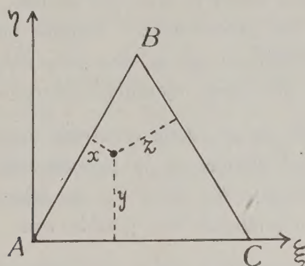


FIG. 2.

gonales ξ, η con el eje ξ coincidente con un lado del triángulo fundamental y el origen en un vértice (fig. 2) se verifica

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} y + \frac{2}{\sqrt{3}} x \quad ; \quad \eta = y$$

ecuaciones que junto con [2] dan

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xi - \frac{1}{2} \eta \quad , \quad y = \eta \quad , \quad z = k - \frac{\sqrt{3}}{2} \xi - \frac{1}{2} \eta. \qquad [3]$$

OBSERVACIONES. — *a*) Hemos señalado dos procedimientos para dar los datos al azar. Son los que parecen más naturales, pero se comprende que se podrían dar infinitos más. Por ejemplo, se podría convenir en fijar una esfera de radio k y centro en el origen de cordenadas y elegir un punto sobre el octante positivo de su superficie, tomando las tres coordenadas del mismo como datos. Entonces los casos favorables se miden por el área de superficie esférica que cubren sus puntos representativos y la probabilidad se obtiene dividiendo esta área por la total del octante, o sea por $(\pi/2)\, k^2$. Esto equivale a sustituir la relación (2) por la más complicada

$$x^2 + y^2 + z^2 = k^2.$$

b) Dados unos ciertos datos puede haber muchos caminos para llevar a cabo la construcción del triángulo correspondiente. Como la probabilidad depende de ciertas relaciones entre los datos, independientemente del método seguido para la construcción efectiva del triángulo, se tiene la observación evidente, pero fundamental: *La probabilidad de que un cierto caso de construcción de triángulos, con los datos dados al azar, sea posible, puede depender y en general depende del procedimiento seguido para dar estos datos al azar, pero no del camino que se siga para construir el triángulo.*

Pasemos ahora a dar unos ejemplos concretos.

1) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados los tres lados.* — Como ya dijimos en la introducción, este caso es bien conocido. Poniendo $a = x$, $b = y$, $c = z$, las relaciones que se deben cumplir para que el triángulo sea posible son

$$x < y + z \quad ; \quad y < z + x \quad , \quad z < x + y. \qquad [4]$$

Por el Procedimiento I la región favorable o sea la región interior al cubo [1] y cuyos puntos cumplen las relaciones [4] tiene por volumen $(1/2)k^3$ y por lo tanto la probabilidad buscada vale 1/2.

Por el Procedimiento II la región favorable es la interior al triángulo formado uniendo los puntos medios de los lados del triángulo fundamental, cuya área vale por tanto 1/4 de la total. La probabilidad por este procedimiento vale por tanto 1/4.

2) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dadas las tres medianas* m_a, m_b, m_c. — Se sabe que para construir un triángulo dadas las tres medianas basta construir el triángulo cuyos lados sean el doble de las medianas dadas. Luego las relaciones que deben cumplir éstas son las mismas [4] y por lo tanto las probabilidades serán las mismas del problema anterior.

3) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados* m_a, h_a, a. — La única relación que se debe cumplir para que la construcción sea posible es que sea $h_a < m_a$. Se ve inmediatamente que en este caso la probabilidad es la misma por los dos procedimientos y vale 1/2.

4) *Pobabilidad de que se pueda construir un triángulo dados* h_a, m_a, b. — Las condiciones de posibilidad son evidentemente

$h_a \leq m_a$, $h_a \leq b$. El volumen del procedimiento I y el área del procedimiento II correspondiente a los casos favorables se calcula también inmediatamente en este caso, dando la misma probabilidad por ambos procedimientos, que resulta igual a 1/3.

5). *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados al azar* h_a, h_b, m_a. — Un método de construcción consiste en construir primero el triángulo rectángulo de hipotenusa m_a y cateto h_a; sea A M H con $AM = m_a$, $AH = h_a$. Prolonguemos AM de un segmento $MA' = MA$ y tracemos la circunferencia de centro A y radio h_b. Las tangentes a esta circunferencia desde A' cortarán a la recta del segmento MH en puntos que son posibles vértices B (hay, en general, dos soluciones). Según esta construcción las condiciones que deben cumplir los datos para que la construcción sea posible son

$$h_a \leq m_a \quad , \quad h_b \leq 2\, m_a \, .$$

Pongamos

$$h_a = x \quad , \quad m_a = y \quad , \quad h_b = z \, .$$

Por el Procedimiento I el volumen favorable es el limitado por los planos $x = y$, $z = 2\,y$ indicado en la fig. 3 *a*. De la figura se

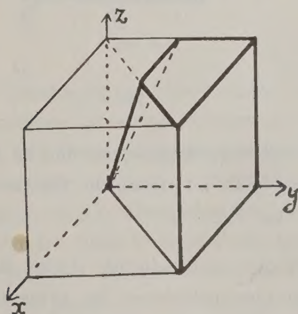


FIG. 3 *a*.

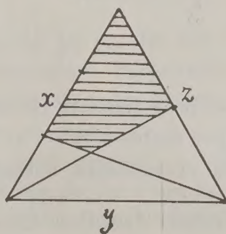


FIG. 3 *b*.

deduce inmediatamente que este volumen vale $(11/24)k^3$ y por lo tanto la probabilidad buscada vale 11/24.

Por el Procedimiento II el área favorable es la indicada en la fig. 3 *b*, cuya área vale $(1/2\sqrt{3} - \sqrt{3}/36)k^2$ y dividiendo por $(1/\sqrt{3})\, k^2$ se obtiene la probabilidad, que será por tanto 5/12.

6) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados* m_a, m_b, h_c. — Para que la construcción sea posible basta que se pueda construir el triángulo que tiene por altura $h_c/3$ y por lados no correspondientes a la misma $(2/3)m_a$ y $(2/3)m_b$, respectivamente. Las condiciones de posibilidad son por tanto

$$h_c \leq 2\, m_a \quad ; \quad h_c \leq 2\, m_b\,.$$

Poniendo $h_c = x$, $m_a = y$, $m_b = z$ por el procedimiento I los casos favorables corresponden a los puntos del volumen interior al cubo [1] y limitado por los planos $x - 2y = 0$, $x - 2z = 0$ (fig. 4 *a*). Este volumen se calcula fácilmente y vale $(7/12)k^3$. Luego, por este procedimiento I la probabilidad vale 7/12.

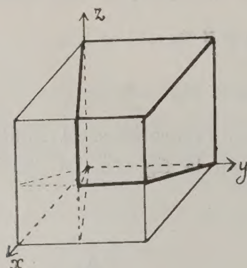


Fig. 4 *a*.

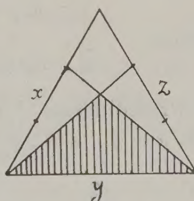


Fig. 4 *b*.

Por el procedimiento II, el área favorable es el rayado en la fig. 4 *b*, y por tanto su razón al área total del triángulo fundamental, o sea la probabilidad buscada, vale 1/2.

7) *Probabilidad de poder construir un triángulo dadas las tres alturas* h_a, h_b, h_c. — En los ejemplos anteriores, las relaciones de compatibilidad que debían cumplir los datos eran relaciones lineales, con lo cual el volumen (o el área) de los casos favorables, estaba limitado por planos (o rectas) y se calculaba fácilmente. En el caso en que los datos son alturas la cuestión cambia. Es sabido que el triángulo de alturas $h_a = x$, $h_b = y$, $h_c = z$ es semejante al triángulo cuyos lados son $1/x$, $1/y$, $1/z$; por tanto el primer triángulo será posible si lo es el segundo. De aquí que las condi-

ciones que deben cumplir x, y, z para que se pueda construir un triángulo que los tenga por alturas son

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \quad , \quad \frac{1}{y} < \frac{1}{x} + \frac{1}{z} \quad , \quad \frac{1}{z} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

o sea,

$$yz < xz + xy \quad , \quad xz < yz + yx \quad , \quad xy < zy + zx . \qquad [5]$$

Consideremos primero el procedimiento I. Si en lugar del signo $<$ ponemos en las desigualdades [5] el signo $=$, tendremos las ecuaciones de tres conos de vértice en el origen y cuyas secciones con las caras del cubo de arista k están indicadas en la fig. 5 *a*.

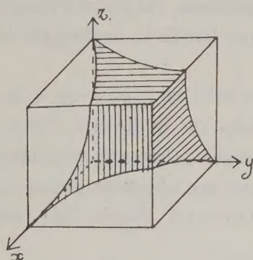


Fig. 5 *a*.

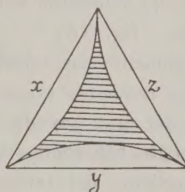


Fig. 5 *b*.

Los puntos cuyas coordenadas cumplen las condiciones [5] son los exteriores al mismo tiempo a los tres conos. Para hallar el volumen que llenan estos puntos se observa que basta hallar el volumen interior al cubo y limitado por el plano $z = 0$ y el cono $z = xy/(x+y)$; tomando tres veces este volumen y restándolo del volumen total k^3 tendremos el volumen de los casos favorables.

El volumen v_1 mencionado se obtiene fácilmente cortando primero por planos $x =$ constante, los cuales determinan un área de valor

$$\alpha = \int_0^k z\, dy = \int_0^k \frac{xy}{x+y} dy = kx - x^2 \log(k+x) + x^2 \log x$$

y de aquí

$$v_1 = \int_0^k \alpha\, dx = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \log 2\right) k^3.$$

El volumen de los casos favorables vale por tanto

$$v = k^3 - 3\, v_1 = (2 \log 2 - 1)\, k^3$$

y dividiendo por k^3 tendremos el valor de la probabilidad buscada, a saber,

$$p = 2 \log 2 - 1 = 0{,}386\ldots$$

Pasemos ahora a resolver el problema por el procedimiento II. Habrá que calcular el área de los puntos interiores al triángulo fundamental para los cuales se cumplen las condiciones [5]. Con el cambio de variables [3], la expresión $xz = yz + xy$ se escribe

$$5\,\eta^2 - 3\,\xi^2 + 2\sqrt{3}\,k\,\xi - 6\,k\eta = 0. \qquad [6]$$

Esta ecuación representa una hipérbola, la cual forma uno de los lados del triángulo curvilíneo que limita la región de los casos favorables (fig. 5 *b*).

Análogamente las relaciones $xy = xz + yz$, $yz = xy + xz$ representan los restantes arcos de hipérbola de la figura. Para calcular el valor del área rayada (área favorable) bastará calcular el área del segmento hiperbólico limitado por uno de estos arcos y el lado correspondiente del triángulo fundamental. Según [6] esta área vale

$$a_1 = \frac{1}{5}\int_0^{(2/\sqrt{3})\,k} \left(3\,k - \sqrt{9\,k^2 - 10\sqrt{3}\,k\,\xi + 15\,\xi^2}\right) d\xi =$$
$$\left(\frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{2}{5\sqrt{15}} \log \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right) k^2.$$

Tomando el triplo de esta área y restando del área total del triángulo fundamental, resulta que la medida de los casos favorables vale

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{5} + \frac{6}{5\sqrt{15}} \log \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right) k^2$$

y dividiendo por el área total del triángulo fundamental tendremos la probabilidad del problema del enunciado cuando los datos se eligen según el procedimiento II, a saber

$$p = (6\sqrt{5}/25) \log \frac{1}{2}(7 + 3\sqrt{5}) - (4/5) = 0{,}2329\ldots$$

2. Problemas de probabilidad en la construcción de triángulos en que los datos son dos segmentos y un ángulo. — El ángulo lo supondremos dado siempre entre 0 y π, independientemente de los otros datos del problema. Para dar los segmentos tenemos como más naturales dos procedimientos análogos a los del caso anterior:

Procedimiento I. — Supongamos dos ejes cartesianos ortogonales x, y; a cada punto interior al cuadrado

$$0 \leq x \leq k \quad , \quad 0 \leq y \leq k \tag{7}$$

corresponden dos coordenadas que supondremos son los datos del problema. Para cada problema la medida de los casos favorables será la integral

$$m_f = \int d\alpha \, dx \, dy \tag{8}$$

extendida al conjunto de valores $0 \leq \alpha \leq \pi$; $0 \leq x \leq k$; $0 \leq y \leq k$ que hacen que la solución sea posible. La medida total de casos posibles será

$$m_t = \pi k^2. \tag{9}$$

El cociente m_f/m_t dará en cada caso la probabilidad.

Procedimiento II. — Se supone el ángulo α dado igual que antes entre 0 y π independientemente de los otros datos. En cambio para dar x, y se supone dado un segmento de longitud k y se elige un punto en su interior, tomando entonces como datos las dos partes en que el segmento queda dividido. Esto equivale a imponer a x, y la condición

$$x + y = k. \tag{10}$$

La medida de los casos favorables será en este caso una integral doble de la forma

$$m_f = \int d\alpha \, dx$$

puesto que y ya queda determinado por [10].

La medida total de los casos posibles es

$$m_t = \pi k \qquad [11]$$

El cociente m_f/m_t será la probabilidad en cada caso.

Consideremos, por ejemplo, los siguientes casos:

1) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados* a, b, A. — Las condiciones de posibilidad son

$$a \geq b \operatorname{sen} A \quad \text{para} \quad 0 \leq A \leq \frac{\pi}{2}$$

$$a \geq b \quad \text{para} \quad \frac{\pi}{2} \leq A \leq \pi.$$

Por tanto, tomando $a = x$, $b = y$, por el procedimiento I la medida de los casos favorables es

$$m_f = \int_0^{\pi/2} dA \int_0^k (k - y \operatorname{sen} A)\, dy + \int_{\pi/2}^{\pi} dA \int_0^k (k - y)\, dy = \left(\frac{3}{4}\pi - \frac{1}{2}\right) k^2$$

y por tanto la probabilidad buscada vale

$$p = 3/4 - \frac{1}{2\pi}.$$

Por el procedimiento II, para $0 \leq A \leq \frac{\pi}{2}$ es $x \geq (k - x) \operatorname{sen} A$ o sea, $x \geq k \operatorname{sen} A/(1 + \operatorname{sen} A)$ y por tanto x varía entre k y k sen A$/(1 + \operatorname{sen} A)$. Para $\pi/2 \leq A \leq \pi$ es $x \geq k - x$, o sea $x \geq k/2$. Luego la medida de los casos favorables es

$$m_f = \int_0^{\pi/2} \frac{k\, dA}{1 + \operatorname{sen} A} + \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{k}{2} dA = \left[- \frac{2k}{1 + \operatorname{tang}(A/2)} \right]_0^{\pi/2} + \frac{\pi k}{4} = k\left(\frac{\pi}{4} + 1\right),$$

y por tanto la probabilidad buscada vale

$$p = 1/4 + 1/\pi$$

2. *Probabilidad de poder construir un triángulo dados a, A, ϱ* (ϱ = radio del círculo inscripto). — Si O es el centro del círculo inscrito se observa que es $BOC = \pi/2 + A/2$ y por tanto la condición para que el triángulo se pueda construir es que una paralela a distancia ϱ del lado BC corte al arco capaz del ángulo $\pi/2 + A/2$ construido sobre el mismo. Esta condición equivale a

$$\rho \leq (a/2) \operatorname{tang} (\pi - A)/4. \qquad [12]$$

Luego, por el procedimiento I la medida de los casos favorables es

$$m_f = \int_0^{\pi} dA \int_0^{k} \frac{a}{2} \operatorname{tang} \frac{\pi - A}{4} \, da = \frac{k^2}{2} \log 2$$

y por tanto la probabilidad vale

$$p = \frac{\log 2}{2\pi} = 0{,}110\ldots$$

Por el procedimiento II, las relaciones [12] y [10] dan

$$k - a \leq \frac{a}{2} \operatorname{tang} \frac{\pi - A}{4}$$

y la medida de los casos favorables resulta

$$m_f = \int_0^{\pi} \left(k - \frac{k}{1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang} \frac{\pi - A}{4}} \right) dA = 4k \int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tang} \xi}{2 + \operatorname{tang} \xi} \, d\xi$$

$$= \frac{8}{5} k \left[\frac{1}{2} \xi - \log \cos \xi - \log (2 + \operatorname{tang} \xi) \right]_0^{\pi/4} =$$

$$= \frac{8}{5} k \left(\frac{\pi}{8} + \frac{3}{2} \log 2 - \log 3 \right).$$

Luego la probabilidad en este caso vale

$$p = \frac{8}{5\pi} \left(\frac{\pi}{8} + \frac{3}{2} \log 2 - \log 3 \right) = 0{,}170\ldots$$

3) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados A, b, h_a.* — La condición de posibilidad es $h_a \leq b$. Por tanto,

según el procedimiento I la medida de los casos favorables vale

$$m_f = \int_0^\pi dA \int_0^k b\, db = \frac{1}{2} \pi k^2$$

y la probabilidad resulta $p = 1/2$

Por el procedimiento II, siendo $h_a + b = k$, debe ser $b \geq k/2$ y por lo tanto la medida de los casos favorables es $m_f = \frac{1}{2} k\pi$ y la probabilidad resulta $\frac{1}{2}$ igual que por el primer procedimiento.

4) *Probabilidad de poder construir un triángulo dados* a, A, h_a, — La condición para que la construcción sea posible es que una paralela a distancia h_a del lado a corte al arco capaz del ángulo A descrito sobre el mismo. Deberá por tanto cumplirse la condición

$$h_a \leq (a/2) \cot (A/2). \qquad [13]$$

Por el procedimiento I si a y h_a deben ser $\leq k$ y además debe cumplirse [13], la medida de los casos favorables será (poniendo $\alpha = \text{arc tg } 1/2$).

$$m_f = \int_0^{2\alpha} \left(k^2 - k^2 \operatorname{tg} \frac{A}{2}\right) dA + \int_\alpha^\pi \frac{k^2}{4} \cot \frac{A}{2} dA =$$

$$2\, k^2 \text{ arc tg} \frac{1}{2} + 2\, k^2 \log 2 - \frac{3}{4} k^2 \log 5,$$

y la probabilidad valdrá

$$p = (1/\pi) \left(2 \text{ arc tg } \frac{1}{2} + 2 \log 2 - \frac{3}{4} \log 5\right) = 0{,}352\ldots$$

Por el procedimiento II la condición $a + h_a = k$ junto con la [13] da

$$a \geq k \left(1 + \frac{1}{2} \cot (A/2)\right)^{-1}$$

y por tanto la medida de los casos favorables es

$$m_f = \int_0^\pi \left(k - \frac{k}{1 + \frac{1}{2} \cot \frac{A}{2}}\right) dA = 2\, k \left(\frac{\pi}{10} + \frac{2}{5} \log 2\right)$$

y la probabilidad pedida vale

$$p = 1/5 + (4/5\, \pi) \log 2 = 0{,}3765\ldots$$

3. Problemas de probabilidad en la construcción de triángulos en que los datos son dos ángulos y un segmento. — Obsérvese que en este caso la magnitud del segmento no influye en el resultado, pues por una semejanza siempre podrá encontrarse un triángulo cuyo segmento correspondiente sea igual al dado. La posibilidad o no de poder construir el triángulo depende sólo de que los ángulos dados cumplan o no ciertas condiciones que se presentan en cada caso.

También cabe considerar dos procedimientos para dar los datos al azar:

Procedimiento I. — Los ángulos α, β se dan independientemente uno del otro entre 0 y π.

Procedimiento II. — Se da un ángulo α al azar entre 0 y π y por β se toma $\beta = \pi - \alpha$.

Veamos esta vez, y como ejemplo, un solo caso.

1) *Probabilidad de que se pueda construir un triángulo dados A, el ángulo β de w_a con a y un segmento caulquiera (un lado, una altura, una mediana).* — Dibujemos el ángulo A y tracemos su bisectriz. Por un punto cualquiera tracemos la recta que forma con ella el ángulo β. Para que se forme triángulo debe ser

$$A/2 \leq \beta \leq \pi - A/2. \qquad [14]$$

Por tanto, por el procedimiento I la medida de los casos favorables es

$$\int_0^\pi (\pi - A)\, dA = (1/2)\, \pi^2$$

y la probabilidad vale $p = 1/2$.

Por el procedimiento II, la relación [14] junto con la condición $A + \beta = \pi$ da $A \leq \frac{2}{3}\pi$. Por tanto la medida de los casos favorables es $(2\pi)/3$ y la probabilidad $p = 2/3$.

El lector podrá fácilmente proponerse otros ejercicios análogos sobre problemas de probabilidad que presenta la construcción de triángulos.

III. LA PROBABILIDAD EN GEOMETRIA PROYECTIVA

Como ejemplos de problemas pertenecientes a la geometría proyectiva en los cuales aparece de manera natural la noción de probabilidad, estudiaremos los siguientes.

1) *Se dan al azar dos pares de rayos* $(a, a'), (b, b')$ *por un punto fijo* O. *Se pide la probabilidad de que la involución que ellos determinan sea elíptica o hiperbólica.* — Los rayos los supondremos dados independientemente uno de otro y determinados por el ángulo φ_a, $\varphi_{a'}$, φ_b, $\varphi_{b'}$, variable entre 0 y 2π que forman con una dirección fija.

Se sabe que la involución es elíptica si los dos pares se separan. La medida de los casos en que esto sucede es

$$m_f = 2 \int_0^{2\pi} d\varphi_a \int_{\varphi_a}^{2\pi + \varphi_a} d\varphi_{a'} \int_{\varphi_a}^{\varphi_{a'}} d\varphi_b \int_{\varphi_{a'}}^{2\pi + \varphi_a} d\varphi_{b'}$$

donde el 2 aparece por poderse permutar el papel de b y b'. Las integraciones son inmediatas y dan

$$m_f = (16/3)\,\pi^4.$$

Como la medida de los casos posibles es $(2\pi)^4 = 16\pi^4$, resulta que la probabilidad de que la involución sea elíptica vale 1/3. La de que sea hiperbólica será $1 - 1/3 = 2/3$.

2) *Sea dado un segmento* PQ *que suponemos abarca todo el espacio disponible, es decir no se puede prolongar por ninguno de sus extremos. Sea* $PQ = 2b$. *Con el mismo centro* O *de* PQ *y sobre la misma recta se da un segmento* $AB = 2a$. *Dado un punto* X *arbitrariamente dentro de* AB *se pide la probabilidad de que su conjugado armónico respecto* A, B *caiga dentro de* PQ.

Poniendo $OX = x$ y $OB = OA = a$, la abscisa del conjugado armónico de X es $y = OY = a^2/x$. Para que Y esté dentro de PQ debe ser por tanto $a^2/|x| \leq b$, o sea, $|x| \geq a^2/b$. Luego los casos favorables son aquellos en que $a \geq |x| \geq a^2/b$ cuya medida es $2(a - a^2/b)$. Como la medida de los casos totales es $2a$, resulta que la probabilidad buscada vale

$$p = 1 - a/b.$$

3) Es bien conocido el llamado teorema de Desargües (en realidad debido a Pappus, entre los años 250 y 300 de nuestra era) según el cual los pares de lados opuestos y las diagonales de un cuadrilátero completo determinan sobre cualquier transversal tres pares de puntos que están en involución. Consideremos el problema:

Sea A B C D un cuadrilátero convexo y supongamos que se corta por una recta al azar. Se pide la probabilidad de que la involución que resulta según el teorema de Desargües sea elíptica o hiperbólica.

Solución. — Pongamos $a = AB$, $a' = CD$, $b = BC$, $b' = DA$, $c = BD$, $c' = AC$. Recordemos que la medida de las rectas que cortan a una figura convexa es igual a la longitud de la misma. Esto permite calcular la medida de las rectas que cortan a dos lados de un triángulo sin cortar al tercero, considerando este último como una figura convexa aplastada de longitud igual al doble de la del segmento. Por ejemplo, en el triángulo ABC la medida de las rectas que cortan a a y b pero no a c' será $(a + b + c') - 2c' = a + b - c'$. Para que la involución sea elíptica, la recta debe cortar a a y b sin cortar a c'; o a a y b' sin cortar a c; o a b' y a' sin cortar a c'; o a a' y b sin cortar a c (en cuyos casos los pares de puntos homólogos se separan). Por tanto la medida de los casos favorables es

$$m_f = (a + b - c') + (a + b' - c) + (a' + b' - c') + (a' + b - c)$$
$$= 2(a + a' + b + b' - c - c')$$

y por tanto la probabilidad de que la involución del enunciado sea elíptica vale

$$p = 2(1 - (c + c')/(a + a' + b + b').$$

La probabilidad de que sea hiperbólica será $1 - p$.

Por ejemplo, si el cuadrilátero es un cuadrado de lado a, siendo $c = c' = \sqrt{2}\, a$, la probabilidad de que la involución que sobre una recta dada al azar que lo corta determinan los lados opuestos y las diagonales sea elíptica vale $p = 2 - \sqrt{2}$ y la de que sea hiperbólica $p = \sqrt{2} - 1$.

IV. LA PROBABILIDAD EN LAS CONSTRUCCIONES DE GEOMETRIA DESCRIPTIVA

En la Geometría Descriptiva las cuestiones de probabilidad que estamos considerando tienen amplia aplicación. Lo vamos a ver con algunos ejemplos Debemos, sin embargo, antes de todo puntualizar bien qué entenderemos por « dar al azar » un elemento geométrico de los que aparecerán. Los criterios que vamos a adoptar, que parecen los más naturales, serán:

a) Si se trata de una recta g, siguiendo el criterio que se adopta en probabilidades geométricas, la supondremos determinada por su distancia h a un punto fijo y por el ángulo φ que la normal a la misma forma con una dirección fija del plano. Para medir un conjunto de rectas se tomará entonces la integral de la expresión diferencial $dg = dh\, d\varphi$. Es con esta medida que, como ya recordamos en el número anterior, la medida de las rectas que cortan a una figura convexa resulta igual a la longitud de la misma.

b) Una *recta por un punto fijo* estará determinada por el ángulo φ que forma con una dirección fija, y por medida de un conjunto de tales rectas se tomará el ángulo total que ellas llenan, o sea la integral de $d\varphi$.

c) Una *recta paralela a una dirección dada* estará determinada por su distancia x a un punto fijo y como medida de un conjunto de tales rectas tomaremos la integral de dx extendida al mismo.

d) Un punto P lo supondremos determinado por sus coordenadas x, y respecto a un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales de su plano, y como medida de un conjunto de puntos se tomará el área llenada por los mismos, o sea la integral de $dP = dx\, dy$.

e) Un *punto sobre una recta,* o en general sobre una curva rectificable, estará determinado por su abscisa curvilínea s sobre la curva, y como medida de un conjunto de tales puntos tomaremos la longitud del arco que ellos llenan.

Con estos criterios podemos ya pasar al estudio de algunos problemas concretos. Observemos, sin embargo, una vez más que cambiando el criterio según el cual se suponen dados los elementos al azar, las probabilidades resultantes podrían ser distintas.

1) *Sea dada en proyección Monge una superficie de revolución de eje vertical y altura limitada. Dadas al azar las dos proyecciones*

de una recta paralela al plano horizontal de manera que ellas corten a las proyecciones del mismo nombre de la superficie, se pide la probabilidad de que la recta corte efectivamente a la superficie.

Solución. — Sea F el área de la proyección vertical de la superficie, o sea el área de la sección meridiana, a la altura de la misma y R el radio de la proyección horizontal (paralelo máximo).

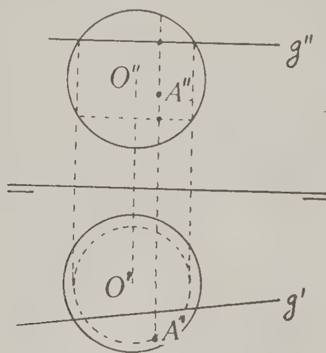


Fig. 6.

Sea x la distancia de la proyección vertical g'' de la recta dada al azar a la línea de tierra y sea r el radio del paralelo correspondiente. Fijado x, para que la recta corte efectivamente a la superficie la proyección horizontal g' debe cortar a la proyección del paralelo de radio r y por lo tanto la integral de dg' vale $2\pi r$. La medida de los casos favorables es por tanto

$$m_f = \int dx\, dg' = 2\pi \int r\, dx = \pi F.$$

La medida de todos los casos posibles es $2\pi R a$ y por tanto la probabilidad buscada vale

$$p = \frac{F}{2Ra}.$$

Podemos ver varios casos particulares de este caso general:

a) Si la superficie es una *esfera*, como en el caso de la fig. 6, es $F = \pi R^2$, $a = 2R$ y por tanto $p = \pi/4$.

b) Si la superficie es un *toro* de eje vertical cuyo paralelo máximo tenga radio R y la circunferencia meridiana radio $a/2$, será $p = 1 - (4 - \pi)a/8R$.

Observación. — Nótese que el problema considerado (y la misma observación vale para los siguientes) no es equivalente al de considerar dada al azar « una recta del espacio » en el sentido de las probabilidades geométricas del espacio de tres dimensiones, cuyas proyecciones corten a las de la superficie de revolución dada, y pedir la probabilidad de que la recta corte efectivamente a la superficie. En nuestro problema suponemos dadas al azar, independientemente una de otra, las dos proyecciones de la recta, lo cual no es lo mismo que dar al azar la recta correspondiente del espacio. Sería interesante el estudio de las relaciones entre las densidades de las rectas del espacio y las densidades de sus proyecciones en el sistema Monge o en otros sistemas de proyección.

2) *Se dan las dos proyecciones de una esfera de radio R en proyección Monge. Dadas al azar las dos proyecciones A', A'' de un punto A de manera tal que cada una sea interior a la proyección homónima de la esfera, se pide la probabilidad de que el punto sea interior a la esfera.*

Solución. — La proyección horizontal A' (de coordenadas ξ, η), se puede dar al azar en el interior del círculo de radio R, proyección horizontal de la esfera. En cambio A'' como debe estar en la perpendicular a la línea de tierra por A' sólo se puede dar al azar su ordenada y. Deberemos por tanto calcular la integrál de la expresión $d\xi\, d\eta\, dy$ extendida primero a todos los casos favorables y después a todos los posibles. Tomemos como ejes coordenados en el plano horizontal un sistema de origen O' (proyección del centro de la esfera), cuyo eje ξ sea paralelo a la línea de tierra y el eje η normal a la misma. Fijado $A'(\xi, \eta)$ (fig. 6), la normal a la línea de tierra por este punto corta a la proyección vertical de la esfera según una cuerda de longitud $2\sqrt{R^2 - \xi^2}$; ésta es la integral del dy. Por otra parte, manteniendo todavía fijo ξ, la ordenada η puede variar en la cuerda análoga de la proyección horizontal y por tanto la medida total de los casos posibles es

$$m_t = 4\int_{-R}^{+R} (R^2 - \xi^2)\, d\xi = \frac{16}{3} R^3.$$

En cambio los casos favorables en que A es realmente interior a la esfera, corresponden a los casos en que y varía únicamente en la cuerda cuya distancia a la vertical de los centros es $\varrho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$. Expresando el elemento de área $d\xi d\eta$ en coordenadas polares (ϱ, θ), la medida de los casos favorables será

$$m_f = 8 \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^R \sqrt{R^2 - \rho^2}\, \rho\, d\rho = \frac{4}{3} \pi R^3$$

La probabilidad buscada vale por tanto $p = \pi/4$.

Una generalización del anterior es el siguiente problema:

Sea dada una esfera E de radio R en proyección Monge. Se da al azar otra esfera E_1 *de radio r cuyas proyecciones cortan a las proyecciones homónimas de E. Se pide la probabilidad de que E y* E_1 *se corten realmente.*

El problema es el mismo anterior, pues dar E_1 equivale a dar un punto al azar cuyas proyecciones caigan dentro de las proyecciones de una esfera de radio $R + r$ concéntrica con E, pidiéndose la probabilidad de que este punto resulte realmente interior a la esfera. La probabilidad es, pues, la misma anterior, $p = \pi/4$, independientemente del radio de las esferas.

3) *En sistema Monge se da una figura convexa plana K situada en un plano horizontal; sean* K', K'' *sus proyecciones, esta última reducida a un segmento. Dadas al azar las proyecciones* g', g'' *de un recta, de manera que corten a las proyecciones homónimas de K, se pide la probabilidad de que la recta corte efectivamente a la figura K.*

Solución. — Sean dg', dg'' las densidades para medir conjuntos de rectas del plano horizontal y vertical, respectivamente. Llamando x a la abscisa del punto en que g'' corta a K'' (o sea, a la distancia AX de la fig. 7) y θ el ángulo de g'' con AX, se sabe que es $dg'' = \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, dx$. Trazando por X la perpendicular a la línea de tierra, sea $PQ = \sigma$ el segmento que ella determina en K'; para que g corte a K, g' debe cortar a PQ. Como la medida del conjunto de rectas que cortan a una figura convexa de su plano es igual a la longitud de la misma, considerando el segmento PQ como

una figura convexa aplastada, su longitud es 2σ y por tanto la medida de los casos favorables es

$$\int_0^\pi \operatorname{sen}\theta\, d\theta \int 2\,\sigma\, dx = 4\,F$$

siendo F el área de K. La medida total de casos es el producto de la medida de lar rectas g'' que cortan al segmento K'' (cuya longi-

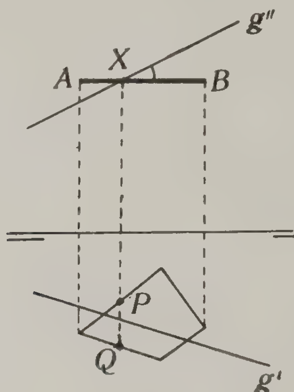


Fig. 7.

tud llamaremos D) y que vale $2D$, por la medida de las rectas que cortan a K' que vale L, si L es la longitud de K'. Por tanto la probabilidad buscada vale

$$p = \frac{2\,F}{DL}.$$

Por ejemplo, si K es un círculo queda $p = 1/2$. Si es un cuadrado también $p = 1/2$.

4) *Sean dados en el sistema de planos acotados un cono circular recto de altura* h *y un punto exterior* A *distante* l *del centro del círculo base. Se da también un segmento de longitud* u. *Se traza por* A *una recta arbitraria que corta a la circunferencia base del cono y se conviene en que esta recta se graduará a partir de* A *hacia la base del cono con la unidad* u, *siendo* A *la traza (punto de cota cero). Se pide la probabilidad de que la recta así graduada corte al cono dado.*

Solución. — Sea O la proyección del vértice del cono. Sean AB y AC las tangentes al círculo de la base desde A y llamemos α al ángulo $OAB =$ ang. OAC. Para fijar la recta arbitaria trazada por A podemos dar el ángulo φ que forma con AO. Se trata de ver la razón entre el ángulo que abarcan las rectas que cortan al cono y el ángulo total 2α.

Sea AE una recta cualquiera por A que forma con AO un ángulo $\varphi < \alpha$. Una construcción usual para hallar la intersección de esta recta con el cono consiste en trazar por O una parelala a esta recta y graduarla en el mismo sentido y con la misma unidad que AE.

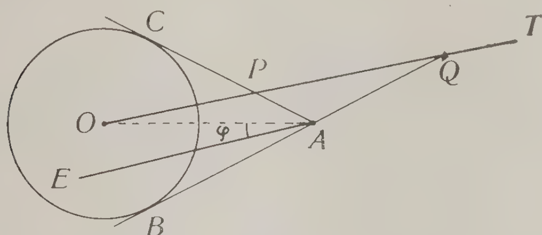


Fig. 8.

Su traza será el punto T tal que $OT = hu$. Según que la recta TA corte del mismo lado de AO que la recta AE a la circunferencia base del cono o no, la recta dada AE cortará o no al cono. Los casos favorables corresponden por tanto a aquellos en que T cae en la prolongación de OQ (fig. 8), siendo Q el punto en que AB corta a OT. Es inmediato calcular que esto ocurre para los ángulos φ que cumplen la desigualdad

$$\frac{l \operatorname{tang} \alpha}{hu} < (\operatorname{tang} \alpha - \operatorname{tang} \varphi) \cos^2 \varphi. \qquad [15]$$

Observando que el segundo miembro de esta desigualdad es decreciente al crecer φ, resulta que los casos favorables corresponderán al ángulo φ_0 raíz de la ecuación trascendente

$$\frac{l \operatorname{tang} \alpha}{hu} - (\operatorname{tang} \alpha - \operatorname{tang} \varphi) \cos^2 \varphi = 0.$$

Poniendo tang $\varphi = \xi$ se encuentra inmediatamente

$$\varphi_0 = \text{arc tang} \frac{hu}{2\,l \text{ tang } \alpha}\left[\sqrt{1 - \frac{4\,l}{hu}\left(\frac{l}{hu} - 1\right)\text{tg}^2\,\alpha} - 1\right]$$

y la probabilidad buscada será $p = \varphi_0/\alpha$.

Como casos límites se pueden considerar: *a*) Si $h \to \infty$ caso en que el cono pasa a ser un cilindro, resulta $p = 1$, como debe ser. *b*) También para $u \to \infty$ resulta $p = 1$, como es natural, pues al crecer u disminuye la pendiente de la recta y la probabilidad de cortar al cono tiene que tender a la certeza.

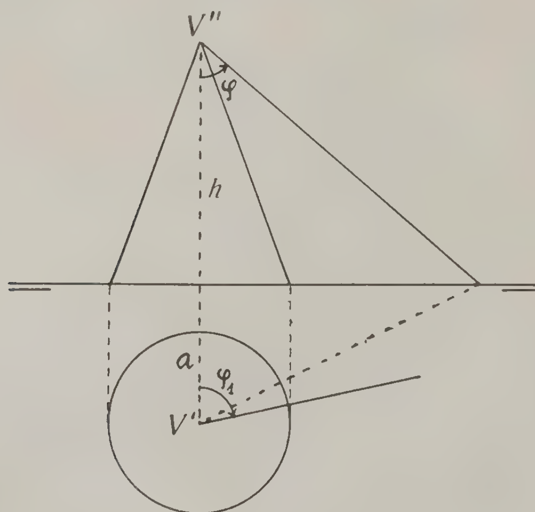


Fig. 9.

5) *En el sistema Monge se da un cono recto de revolución cuya base contenida en el plano horizontal no corta a la línea de tierra (fig. 9). Sea h la altura del cono y a la distancia del centro de la base a la línea de tierra. Dada una dirección al azar, se pide la probabilidad de que la sombra del cono no corte a la línea de tierra.*

Solución. — Para dar la dirección al azar hay que dar sus dos proyecciones, o sea, un rayo por cada una de las proyecciones V' y V'' del vértice. El rayo por V'' lo supondremos determinado por el

ángulo φ que forma con la perpendicular a la línea de tierra y el rayo por V' por el ángulo φ_1 que forma con la vertical tomada también hacia la línea de tierra (fig. 9). Por simetría basta considerar el caso en que la sombra cae a la derecha de la figura y por tanto los límites de variabilidad de φ y φ_1 son

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad , \quad 0 \leq \varphi_1 \leq \pi .$$

Es decir, la medida total de los casos posibles es

$$m_p = \int d\varphi \, d\varphi_1 = \frac{1}{2} \pi^2. \qquad [16]$$

Para hallar la medida de los casos favorables, observemos que dado φ para que la sombra no corte a la línea de tierra debe ser (como se deduce del método usual para dibujar la sombra del cono)

$$\pi > \varphi_1 > \text{arc tg} \frac{h \text{ tg } \varphi}{a}$$

y por tanto la medida de los casos favorables es

$$m_f = \int_0^{\pi/2} \left(\pi - \text{arc } tg \frac{h \, tg \, \varphi}{a} \right) d\varphi. \qquad [17]$$

Se trata por tanto de calcular la integral

$$I = \int_0^{\pi/2} \text{arc } tg \frac{h \, tg \, \varphi}{a} \, d\varphi.$$

que haciendo h tang $\varphi = a$ tang α queda

$$I = ah \int_0^{\pi/2} \frac{\alpha \, d\alpha}{(h^2 \cos^2 \alpha + a^2 \operatorname{sen}^2 \alpha)} . \qquad [18]$$

Distinguiremos tres casos, según sea $h = a$, $h > a$, $h < a$.

Caso $h = a$. — Este caso es inmediato, pues

$$I = \int_0^{\pi/2} \alpha \, d\alpha = \frac{\pi^2}{8}$$

y sustituyendo en [17] resulta $m_f = (3/8)\pi^2$ y por tanto la probabilidad buscada resulta ser

$$P_{h=a} = \frac{3}{4} \cdot \qquad [19]$$

Caso $h > a$. — A partir de [18] la integral I se puede escribir

$$I = \frac{2\,ah}{h^2 - a^2} \int_0^{\pi/2} \frac{\alpha\, d\alpha}{q + \cos 2\alpha} = \frac{2\,ah}{h^2 - a^2} \int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{q + \cos x}$$

habiendo puesto

$$q = \frac{h^2 + a^2}{h^2 - a^2} \cdot \qquad [20]$$

La última integral es conocida (ver por ejemplo las tablas de integrales definidas de BIERENS DE HAAN, pág. 334), dando después de sustituir q por su valor,

$$I = \frac{\pi^2}{8} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{h-a}{h+a}\right)^{2n+1}$$

De aquí resulta inmediatamente la medida [17] de los casos favorables y dividiendo por [16] se tiene la probabilidad buscada

$$P_{h>a} = \frac{3}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_0^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{h-a}{h+a}\right)^{2n+1} . \qquad [21]$$

Caso $h < a$. — Análogamente el caso anterior resulta ahora

$$I = \frac{a\,h}{2\,(a^2 - h^2)} \int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{q - \cos x}$$

o bien, observando que es

$$\int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{q - \cos x} = \pi \int_0^{\pi} \frac{d\xi}{q + \cos \xi} - \int_0^{\pi} \frac{\xi\, d\xi}{q + \cos \xi} =$$

$$\frac{\pi^2\,(a^2 - h^2)}{2\,ah} - \int_0^{\pi} \frac{\xi\, d\xi}{q + \cos \xi} ,$$

basta conocer la integral última que es la misma ya encontrada antes. Sustituyendo su valor se tiene I, con lo cual [17] y [16]

dan inmediatamente que la probabilidad buscada vale en este caso

$$P_{h<a} = \frac{3}{4} + \frac{2}{\pi^2} \sum_0^\infty \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{a-h}{a+h}\right)^{2n+1} . \qquad [22]$$

Casos límites. — *a*) Para $h \to \infty$ el cono pasa a ser un cilindro y entonces la probabilidad debe valer $\frac{1}{2}$, puesto que la sombra cortará o no según que sea $\varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ o $\varphi_1 > \frac{\pi}{2}$. Según esto, [21] nos da

$$\sum_0^\infty \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \qquad [23]$$

resultado bien conocido.

b) Para $h \to 0$ debe ser $p = 1$ y en efecto así resulta de [22] teniendo en cuenta [23]. Obsérvese que este resultado o el de *a*) tomados en sentido inverso pueden servir como demostración del resultado [23] por medio de las probabilidades geométricas.

c) Para $a \to \infty$ — caso del cono infinitamente alejado de la línea de tierra — debe ser $p = 1$, y efectivamente así resulta de [22] teniendo en cuenta [23].

UN NUEVO TIPO DEL GENERO SALMONELLA : *S. MENDOZA*

POR LOS DOCTORES

RAMON H. LEIGUARDA, OSVALDO A. PESO,
ANA Z. R. DE PALAZZOLO y EMILIO M. V. ANSIAUME

S. mendoza: es un nuevo tipo serológico perteneciente al género *Salmonella*, representado por un cultivo aislado de una muestra de agua proveniente del río Mendoza, extraída en diciembre de 1950 en el canal Civit a su llegada al Establecimiento de Purificación de aguas de la Ciudad de Mendoza.

La muestra de 5 litros de agua fué concentrada mediante coagulación con hidróxido de aluminio y sembrada en el medio de enriquecimiento al tetrationato de Kauffmann. Al cabo de 72 horas de incubación a 37°C se logró el aislamiento de *S. mendoza* sobre agar-eosina-azul de metileno de pH 8 (*), no obstante haber utilizado conjuntamente con él otros medios sólidos.

Características culturales. — Esta bacteria presenta las características morfológicas, culturales y bioquímicas de las del género *Salmonella*.

Fermenta rápidamente con producción de ácido y gas: arabinosa, dulcita, galactosa, glucosa, inosita, isodulcita, levulosa, maltosa, manita, manosa, sorbita, trehalosa y xilosa. No fermenta en 60 días de incubación: almidón, dextrina, eritrita, inulina, lactosa, rafinosa, sacarosa y salicilina.

Utiliza citrato y d-tartrato y produce ácido sulfhídrico, pero no forma indol, ni licúa gelatina, ni hidroliza urea.

Estudio serológico. — *S. mendoza* es aglutinada por los sueros que contienen los factores somáticos I, IX, XII. Las pruebas de satu-

(*) Taft E. B. y Daly A. K. — « Modified eosin methylene blue agar as a selective medium for the primary isolation of pathogenic intestinal bacteria ». Amer. J. Clin. Path. 17, 561 (1947).

ración cruzada que se sintetizan en los cuadros que siguen demuestran que la estructura antigénica del « soma » de *S. mendoza* es idéntica a la de *S. gallinarum* (IX, XII) y *S. canastel* (IX, XII).

SUERO MENDOZA

	S. mendoza	*S. gallinarum*	*S. canastel*
Sin saturar	640	320	640
Saturado con *S. gallinarum*	20 p	< 20	20 p
Saturado con *S. canastel*	< 20	< 20	< 20

p: significa aglutinación parcial.

SUERO GALLINARUM (IX, XII)

	S. mendoza	*S. gallinarum*
Sin saturar	320	640
Saturado con *S. mendoza*	< 20	< 20

SUERO CANASTEL (IX, XII)

	S. mendoza	*S. canastel*
Sin saturar	320	640
Saturado con *S. mendoza*	< 20	< 20

Los antígenos ciliares de *S. mendoza* son difásicos. La fase 1 es idéntica a la fase 1 de *S. bredeney* (1, v) y la fase 2 posee los factores de las fases no específicas de *S. paratyphi B* (1,2) y *S. newport* (1, 2...) según se deduce de las pruebas de saturación cruzada cuyos resultados se consignan en los cuadros siguientes.

SUERO MENDOZA FASE 1

	S. mendoza	*S. bredeney*
Sin saturar	40.000	40.000
Saturado con *S. bredeney*	< 20	< 20

SUERO BREDENEY FASE 1

	S. mendoza	*S. bredeney*
Sin saturar	10.000	10.000
Saturado con *S. mendoza*	< 20	20 p

SUERO MENDOZA FASE 2

	S. mendoza	*S. paratyphi B*	*S. newport*
Sin saturar	80.000	20.000	40.000
Saturado con *S. paratyphi B*	640	< 20	640
Saturado con *S. newport*	< 20	< 20	< 20

SUERO PARATYPHI B. FASE 2

	S. mendoza	*S. paratyphi B*
Sin saturar	40.000	80.000
Saturado con *S. mendoza*	< 20	< 20

SUERO NEWPORT FASE 2

	S. mendoza	*S. newport*
Sin saturar	20.000	20.000
Saturado con *S. mendoza*	< 20	< 20

Estos resultados indican, pues, que la estructura antigénica de *S. mendoza* es I, IX, XII: 1, v — 1, 2...

Acción patógena. — *S. mendoza* inoculada al ratón por vía intraperitoneal, en dosis de 50 millones, lo mata dentro de las 48 horas posteriores a la inoculación, aislándose la salmonella del corazón del animal muerto.

Por inoculación subcutánea y por vía digestiva no ha demostrado poder patógeno en el ratón.

Por una infección accidental demostró poseer acción patógena para el hombre. Causó trastornos intestinales y fué aislada de las heces repetidas veces.

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Del agua proveniente del río Mendoza se aisló un nuevo tipo del género *Salmonella* para el que se propone el nombre de *S. mendoza* y cuya composición antigénica es I, IX, XII: 1, v — 1, 2...

S. mendoza es patógena para el hombre y el ratón.

Dirección Principal
de Laboratorios de O. S. N.
Departamento de Investigación
y Asesoramiento Químico Microbiológico

VALORIZACION DE LA RIQUEZA HIDROLOGICA ARGENTINA (*)

POR EL INGENIERO

RODOLFO E. BALLESTER (**)

Al Comité Organizador de las Sesiones Científicas Argentinas, quiero agradecer públicamente la deferencia que me ha mostrado al confiarme el desarrollo de un tema en sus Sesiones.

La Provincia de Córdoba ha sido precursora en la investigación y utilización de sus recursos hidrológicos y nada más grato para mí, que tratar este tema en su ciudad Capital, donde tengo tantas deudas contraídas de afectos personales y profesionales. No voy a saldarlas con mis palabras, sino decirles que las tengo siempre presentes.

He querido darle a mi exposición un carácter genérico y no especializado. Les describiré a grandes rasgos las cuencas hidrográficas de nuestros ríos, les indicaré las densidades de población de zonas de distinta riqueza hidrológica, cómo se mide el valor de ésta y la necesidad de profundizar su conocimiento. Haré una breve reseña de la acción de las provincias y del gobierno nacional para dar después los alcances de una legislación que entiendo necesitamos para promover el mejor aprovechamiento de nuestra riqueza. Recuerdo el concepto de considerar cada río como una unidad geográfica para su plan de aprovechamiento y sugiero una lista de ríos para aplicar un plan de esta clase.

Quizá ustedes esperaban de un ingeniero alguna conclusión técnica. El resultado de mi experiencia en la ambición de ver una obra terminada y en servicio, es que las dificultades técnicas las salvábamos con un esfuerzo ínfimo comparado con las dificultades legales, administrativas y financieras.

(*) Conferencia pronunciada en la 2ª Reunión de las Sesiones Científicas Argentinas celebrada en Córdoba los días 20, 21 y 22 de septiembre de 1951.

(**) Profesor de la Universidad de Buenos Aires.

El agua, recurso natural y renovable. — El agua constituye un recurso natural renovable. La marcha de las estaciones y la circulación del aire atmosférico regida por la energía solar producen las precipitaciones que dan origen a las corrientes de agua, superficiales y subterráneas. Esas corrientes varían de caudal todos los años, con algunas extremas variaciones de destructoras crecidas o agotadoras sequías. La cantidad media anual de agua que pasa por un río en un período, digamos de cincuenta años, es poco diferente del promedio de varios siglos. Así lo evidencian los largos registros del Nilo desde la época de los faraones. Se trata entonces de un recurso que tiene un límite, que no está en nuestras manos aumentarlo, sino de aprovecharlo mejor con obras que lo regulen para nuestras necesidades, y para las de las generaciones que nos sigan, que crecerán, sin que aumente la cantidad de agua que la naturaleza hace circular.

La riqueza hidrológica argentina. — ¿Somos un país rico o pobre en disponibilidades de aguas superficiales y subterráneas?

Tomemos un mapa de la Argentina. Uno del pequeño atlas que conocimos en la escuela primaria, u otro de los más modernos publicados. Siguiendo una vieja convención, encontraremos delineados en azul el curso de nuestros ríos, y viajemos sobre los trazos azules.

Desde Santa María (Catamarca), podemos ir por el cauce de un río hasta las cercanías de la ciudad de Santa Fe, y por el Paraná al mar.

Desde Vinchina, La Rioja, podríamos ir también por el cauce de un río hasta el Colorado y por éste al mar un poco al sur de Bahía Blanca, y en este largo recorrido recogeríamos aguas de 248.000 kilómetros de territorio.

Tenemos cauces, es cierto, como los indicados, pero muchas veces no tenemos ríos, si río hemos de llamar la corriente permanente de agua que se mueve rumorosa o tranquila buscando el cero del nivel del mar. Las líneas azules de los mapas nos dan la ilusión de una riqueza que desgraciadamente está lejos de ser abundante.

Dividamos al país en tres regiones genéricas para apreciar mejor sus diferencias y condiciones naturales y siguiendo divisiones políticas.

Una del este que comprendería:

Formosa	Santa Fe
Chaco	Entre Ríos
Misiones	Córdoba
Corrientes	Buenos Aires



Densidades de población en regiones de la Argentina continental y posición de la isoyeta de lluvia media anual de 500 mm. (1)

En toda esta zona la lluvia media anual excede, salvo en pequeñas áreas, de 500 milímetros — cifra que cuando desciende se considera zona de semiaridez y aridez. El rasgo principal lo constituye el sistema de los grandes ríos Paraguay, Paraná y Uruguay, con sus nacientes en los países limítrofes. Abarca esta zona una superficie de 979.000 kilómetros cuadrados con una densidad de población de 12 habitantes por kilómetro cuadrado incluyendo la Capital Federal.

(1) No figuran en el dibujo las posesiones argentinas de la Antártida ni otras insulares porque el estudio hidrológico no se refiere a ellas. (N. DE LA D.).

Una zona del oeste que comprendería:

Salta	San Juan
Jujuy	Mendoza
Tucumán	San Luis
Catamarca	Santiago del Esteio
La Rioja	La Pampa

En la mayor superficie de esta zona la precipitación desciende de 500 mm por año y llegamos a extremos de aridez, como en la ciudad de San Juan que ha registrado mínimos de 8 mm en un año.

Su superficie es de 1.019.000 Km con una densidad de población de 3 habitantes por kilómetro cuadrado, es decir cuatro veces menos que en la zona del este.

Finalmente una zona del sur, que abarcaría:

Neuquén	Gob. Militar C. Rivadavia
Río Negro	Santa Cruz
Chubut	Tierra del Fuego

Salvo una faja angosta de un ancho medio de cincuenta a ochenta kilómetros, a lo largo de la Cordillera, el resto es típicamente árido con lluvias del orden de 200 mm anuales. Su extensión abarca 787.000 Km cuadrados con la bajísima densidad de población de 0,5 habitante por kilómetro cuadrado.

La zona del este, que comprende un tercio del total continental del país no tiene los problemas premiosos de angustia de agua de las otras dos, que comprenden los dos tercios restantes. Hay de tiempo en tiempo problemas de inundaciones de campos llanos: desagües de Buenos Aires, este de Córdoba y norte de Santa Fe, cuya solución paulatina se irá realizando en la medida de su urgencia.

Sus grandes ríos, el Paraná, con su caudal medio de 15.000 metros cúbicos por segundo y el Uruguay con sus 4.900, tienen su destino de utilización como grandes arterias navegables, y de aprovechamiento como fuentes de energía en sus dos puntos considerados en estudios preliminares: en Apipé y en Salto Grande, respectivamente.

Las zonas del oeste y del sur con su semiaridez y aridez y grande irregularidad anual de sus precipitaciones que se refleja en las bajas densidades de población, son las que requieren la mejor utilización de sus reducidos recursos hidrológicos.

Las fronteras políticas y las fronteras hidrográficas. — La división en zonas que acabo de indicar la he hecho siguiendo fronteras políticas por comodidad de compilación estadística de población, pero ellas no reflejan la realidad hidrográfica y climática. Así, he comprendido en la zona este a Córdoba, que tiene regiones como las linderas con Santa Fe y Buenos Aires, de carácter bien distintos a las de sus límites con La Rioja y Catamarca en las Salinas Grandes y sus cercanías.

En la zona del oeste he incluído a Salta y Tucumán, que gozan de caracteres climáticos bien diferentes entre sí, pero con problemas importantes de aprovechamiento de sus aguas

Para un análisis más objetivo de la hidrología argentina, conviene prescindir de las fronteras políticas y usar fronteras hidrográficas determinadas por los límites de las cuencas de sus grandes ríos, y dentro de éstas, las cuencas de sus afluentes. Tenemos ríos que pasan a través de varias provincias o territorios, y en este caso, ¿a qué división política se los adjudicamos? Aquí en Córdoba, el río Tercero tiene este nombre cuando corre en la provincia, pero se llama Carcarañá cuando sale de sus límites y corre en Santa Fe. Y así tenemos muchos, que constituyen el serio problema de los ríos interprovinciales, motivo de largos debates en la Cuarta Conferencia Nacional de abogados de Tucumán en 1936 y en el Primer Congreso del Agua en Mendoza en 1940, y en la reforma constitucional argentina de 1949, se fija la atribución del Congreso de « establecer el régimen de las aguas de los ríos interprovinciales y sus afluentes » (Art. 68, inc. 14).

Una primera división de las cuencas hidrológicas argentinas la hicimos en la ex Dirección de Riego del Ministerio de Obras Públicas y se publicó [1] en los « Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires », en 1940, acompañando mi trabajo de incorporación a la misma.

Seis divisiones genéricas se formaron: Cuenca del río Uruguay, Cuenca del río Paraná y Plata, Cuenca Atlántica, Cuenca del Pacífico, Cuencas cerradas sin desagüe al mar y Cuencas de mesetas sin derrame. En ellas se cruzan límites políticos y regiones climáticas extremas, como la de los valles calchaquíes y la del litoral santafecino y mesopotámico.

(*) Sobre aprovechamiento de ríos interprovinciales. Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Tomo VII, Bs. As. 1940.

Es notable la formación hidrográfica de la región patagónica, desde el río Colorado al sur. Extensas mesetas áridas sin un curso propio de agua, con depresiones como la del Gualicho, cerca de San Antonio, con su fondo por debajo del nivel del mar y con los largos surcos de dos leguas de ancho de valle de los ríos que desaguan la alta cordillera para caer al Atlántico. Y en la cordillera, algunos cursos que van a desaguar al Pacífico.

El valor de la riqueza hidrológica argentina. — Una medida del valor de un curso de agua puede darse con la cifra de su caudal medio anual. No nos dice todo lo que es el río, porque engloba sus extremos de magras, que ocurren a veces en estaciones en que más lo necesitamos y sus extremos de crecidas cuando se hace más peligroso. Sin embargo la utilizaremos para dar una idea de inventario general de riqueza hidrológica.

Tomemos todos los ríos desde el Pilcomayo al norte hasta el Colorado al sur, inclusives, y sin considerar los grandes cursos Paraguay, Paraná y Uruguay. Allí entrarán: mitad del Pilcomayo por ser internacional, el Bermejo, Juramento, Dulce, los de Catamarca y La Rioja, los numerales de Córdoba, los de Cuyo, el Colorado, incluyendo para todos sus afluentes menores.

Todos estos ríos, en la enorme extensión en que se desarrollan, totalizan alrededor de mil cien metros cúbicos por segundo, estimación detallada por el ingeniero Volpi en 1943. El río que le sigue al sur, el río Negro, conduce él solo, un mil metros cúbicos por segundo.

Recordemos que el Uruguay sólo conduce un promedio anual 4.900 metros cúbicos por segundo, y concluiremos que nuestra riqueza hidrológica está lejos de alcanzar un valor ingente, y que su regularización y aprovechamiento constituye un deber para nuestra propia supervivencia.

El conocimiento de la riqueza hidrológica. — El conocimiento de la riqueza hidrológica es de carácter histórico y no experimental. El registro de los fenómenos hidráulicos y climáticos en un lapso que conviene lo más largo posible, constituye el fundamento de la previsión que hagamos del comportamiento que tendrá nuestro curso en estudio. Ese registro está a cargo de las reparticiones públicas, nacionales y provinciales, y de entidades privadas que hacen uso del agua.

La difusión de esas informaciones, para ponerlas al alcance de todo técnico o interesado, ha sido esporádica, y no regular como es común en muchos países europeos y algunos americanos.

Recién el año pasado se publicó el primer Anuario Hidrológico Argentino de 1945/46, de observaciones que tiene a su cargo la Dirección de Agua y Energía Eléctrica de la Nación, y que comprende además datos de años anteriores. Quisiéramos ver su continuidad y su extensión por todas las provincias, que tienen en el agua su problema de vida, humana y económica.

No es sólo la medición del caudal de los ríos, arroyos y fuentes lo que se requiere en lapsos largos que nos permitan apreciar sus extremas variaciones; se requiere conocer también la calidad de las aguas, su cantidad de sedimentos en suspensión y material arrastrado en el cauce, evaporación, movimiento y dirección de las corrientes subterráneas, la aptitud de la tierra para recibir una dada calidad de agua, la adaptación de un cultivo para determinadas condiciones de una región, las acumulaciones de nieve, que han de suministrar un caudal dado en verano, el régimen de los vientos, etc., es decir los factores hidrológicos y climáticos que han de permitir una deducción suficientemente segura del comportamiento de nuestra obra, y del cumplimiento del fin a que se destina esa obra.

Nunca serán excesivas estas informaciones. Los propios americanos del norte, con sus extraordinarias realizaciones técnicas de ingeniería, expresan hoy, que en el caso de su río Colorado, ciertas obras las hubieran reducido en magnitud, con el nuevo conocimiento adquirido del río El problema de los sedimentos que se acumulan en las represas modestas y grandes embalses, preocupa tanto que hasta se ha sugerido una nueva ingeniería: la ingeniería de sedimentación.

El trabajo paciente y continuo de registro de observaciones hidrológicas no tiene nada de espectacular, pero es valiosísimo. El hombre de la calle contempla una obra, observa sus resultados, pero no ve que los fundamentos de su concepción tienen su raíz en la información hidrológica, y este estado de conciencia se prolonga a los cuerpos legislativos que manejan presupuestos de inversión.

Quienes hayan actuado en la administración pública han de recordar la experiencia de su lucha para obtener asignaciones de fondos para estudios de esta clase. Hubo un año en que se ordenaron economías, y ellas alcanzaron de inmediato hasta la supresión de estaciones de observación de esta clase.

Promovamos estos estudios de información hidrológica para conoser nuestra riqueza. Para los ingenieros, que no olvidan a Arquímedes, son el punto de apoyo que buscan para mover con seguridad sus obras. El destino de estas obras: suministro a poblaciones, regadío, fuerza hidráulica, navegación, corrección de inundaciones, piscicultura, corrección de revenimientos, contaminación, desagües rurales y urbanos, etc.

La acción de las provincias y la del gobierno nacional. — Las Provincias centrales y del oeste han sido precursoras en la legislación y ejecución del aprovechamiento de sus aguas. Se explica por la íntima dependencia de este recurso para su vida.

San Juan, establece el 10 de julio de 1825 disposiciones sobre riego, que constituyen según el ingeniero Landa la primer ley argentina sobre la materia.

Córdoba dictó el 16 de julio de 1877 su ley nº 738 para estudio y aprovechamiento de sus ríos, que fué la primera de su clase en el país. En ella se basa el Gobernador Juárez Celman para contratar en 1833 con Dumesnil y Cía. el estudio y ejecución de las obras de regadío de los Altos de Córdoba.

Han seguido una serie de disposiciones en esta provincia, una de las cuales, que se destaca por su importancia, es la ley de hidráulica nº 3.732 del 9 de febrero de 1938, que condujo a la inmediata construcción de las presas de La Viña, Cruz del Eje y San Roque.

En Mendoza aparecen en 1844 sus primeros reglamentos de un juzgado de aguas y sigue después formando y perfeccionando una legislación orgánica para su manejo, que es la más completa que se encuentra en el país. Por su acción constructiva de obras de envergadura cabe recordar las leyes nº 1.420 y 1.446 del año 1941.

En el extremo norte, Salta ha dictado en 1946 su ley 775 llamada Código de Aguas, que ordena los aprovechamientos y confiere medios financieros para llevar a cabo obras.

Una enumeración mayor nos llevaría a excesivo detalle, pero mi propósito es sólo poner en evidencia la preocupación regional sobre el aprovechamiento de agua.

El gobierno nacional inicia recién en 1868 su organiación técnica y en el gobierno de Sarmiento, el 5 de noviembre de ese año, crea la « Oficina Topográfica », con un ingeniero, un ayudante dibujante, un escribiente y un portero. Recién en 1875 se crea por ley 757 el

Departamento de Ingenieros Civiles, dependiente del Ministerio del Interior, que constituyó el origen de la vasta organización técnica actual existente.

La acción del gobierno nacional toma su más importante impulso en los años 1908 y 1909 con las sanciones de las leyes de fomento de territorios número 5559 y de irrigación número 6546, respectivamente, que ordenaba ferrocarriles, obras hidráulicas, navegación y regadío en territorios y provincias, con su régimen financiero correspondiente.

Estas leyes generales no fueron suficientes después para seguir el ritmo evolutivo del país y se fué recurriendo a la sanción de leyes especiales para cada obra considerada, o simplemente realizadas por asignaciones en las leyes anuales de presupuesto.

No ha existido una coordinación estrecha entre planes de la nación y de las provincias ni entre los mismos planes de reparticiones nacionales. La obra hidráulica en sí, no es un fin, es un medio para llegar a la producción agrícola e industrial y los problemas económicos y de población que ella determina han quedado siempre librados a la iniciativa privada, sin una guía efectiva de desarrollo. Por ello el beneficio de las obras ha tardado muchas veces en hacerse tangible para la economía nacional.

La legislación. — La legislación da los medios para realizar las obras, pero a veces, legislaciones contradictorias o ausencia de ellas, traban hasta el uso de la obra misma, como ocurrió con la presa de Wilson en Estados Unidos o con la de río Tercero entre nosotros.

Similitudes de clima y de población entre la Argentina y Estados Unidos han determinado problemas semejantes y la falta de coordinación entre la acción federal y la estadual en ese país, ha preocupado tanto que el año pasado el presidente Truman encargó a una comisión de expertos un informe para establecer un programa del agua para el pueblo americano.

En ese informe —en tres gruesos volúmenes (1)— he visto reflejadas muchas de las situaciones nuestras. Califica el agua como recurso básico para el oeste de los Estados Unidos, como lo es para dos terceras partes de nuestro país, y relata la continua lucha para

(1) Vol. I: A Water Policy for the American People, 445 pg. Vol. II: Ten Rivers in the America's Future, 801 pg. Vol. III: Water Resources Law. 777 pg. Publicación Oficial. Washington 1950.

obtenerlo, en la que se unen las danzas de rogativas de las tribus de indios con el rumor de los aviones que quieren provocar una lluvia artificial.

Promover la conservación del agua y manejarla paralelamente con la tierra que la recibe, fomentar el saludable regionalismo de los estados y hacer que las obras comprendan una cuenca hidrográfica como unidad de desarrollo, son algunas de sus recomendaciones básicas. Sobre este último punto, insiste constantemente y lo concreta presentando un plan orgánico para diez ríos de los Estados Unidos. Entre nosotros, en el Primer Congreso Argentino del Agua de Mendoza en 1940, de la discusión sobre el aprovechamiento de ríos interprovinciales se recomendó que para su solución se considerara cada río como una unidad geográfica para su estudio.

Las obras hidráulicas son factores de estabilización económica, ellas determinan la distribución de poblaciones urbanas y rurales, de las comunicaciones y del parcelamiento para la producción y las llaves que regulan la corriente de agua regulan el ritmo de la vida misma. La desigualdad económica entre nuestro litoral y nuestro oeste y sur, objetivamente expresada en los valores de sus densidades de población, que afecta la unidad nacional, será suavizada con el mejor aprovechamiento de sus recursos hidrológicos.

Para realizar ese mejor aprovechamiento se requieren fondos, que deben ser recuperados de los beneficios o servicios que se presten mediante legislación definida. Por el diverso carácter de los aprovechamientos esa legislación no puede ser uniforme y veamos algunos de su aspectos o caracteres.

Suministro de agua a poblaciones. — El costo de implantación y atención de un servicio de suministro de agua a una población, así como el de desagües cloacales y urbanos, vital elemento para su subsistencia y progreso, ha sido siempre considerado directamente reembolsable por sus propios usuarios, salvo excepciones ocurridas en pequeños núcleos poblados, donde los gobiernos han llevado y llevan su auxilio justificado a heroicos pobladores de zonas desérticas.

No hay un problema profundo, ni conflictos de legislación.

Contaminación de aguas. — La contaminación de aguas por residuos industriales o cloacales se ha presentado poco en nuestro país, y la cuestión del costo de su eliminación es perfectamente cargable a las industrias o al servicio de la población.

Contralor de crecidas. — La ejecución de obras de contralor de crecidas se ha considerado como un deber del estado hacia la comunidad para salvarlas de un flagelo que atenta contra su existencia y su costo se ha cargado a los fondos generales del estado. Aquí en la propia ciudad de Córdoba se construyó la presa de San Roque con el propósito primordial de defender la ciudad de las violentas crecidas del río Primero. ¿ Quiénes fueron los beneficiarios directos de la obra? Todos los habitantes de la ciudad, residieran en las zonas bajas o altas, con la seguridad de su existencia y de su trabajo. Ese concepto es el seguido en los Estados Unidos en numerosísimas obras en esta clase.

Regadío y desagües. — El reembolso de las inversiones hechas por el estado para obras de regadío y desagüe es un antiguo concepto de nuestro país y de otros del mundo que va sufriendo una evolución paulatina.

Entre nosotros apareció rígidamente expresado hace más de medio siglo. Un decreto de 1899, dictado por Roca y su ministro Civit, establece :

« que toda canalización destinada a labores agrícolas o a objetos in-
« dustriales por la aplicación como fuerza motriz del agua de los
« respectivos canales, beneficia directamente a los propietarios del
« suelo, valorizando éste, facilitando su cultivo y haciendo produc-
« tivos terrenos estériles y que no sería justo ni equitativo, por con-
« siguiente, que el Tesoro de la Nación formado con la contribución
« de todos los habitantes del país, viniese a fomentar la fortuna de
« un número determinado y relativamente pequeño de personas ».

Diez años después, en 1909, se dicta la ley nacional número 6.546, llamada de irrigación, inspirada en una semejante de los Estados Unidos dictada en 1902 y conocida por el « Reclamation Act ». La ley nuestra estableció el pago de una tasa o canon de riego en monto « suficiente para costear los gastos de conservación, explotación, los intereses del capital y su amortización », es decir, el reembolsol del capital con intereses. Esta previsión financiera no ha podido ser cumplida, ni el texto de la ley ha sido modificado.

La ley americana de 1902 que inspiró la nuestra estableció en su sanción el reembolso del capital en diez años, sin interés. Después se amplió el plazo a veinte años y a cuarenta años. Finalmente ahora,

el plazo de cuarenta años comienza a cumplirse, diez años después de terminarse la obra. Casi puede decirse, que se trata de un reembolso virtual del capital empleado, y que se justifica perfectamente por los valores anuales creados por la producción agrícola de riego que entran a engrosar la circulación de la riqueza nacional de la cual se derivan las entradas del estado.

Nuestra ley de riego 6.546 se ha considerado fracasada porque el usuario directo del agua no ha reembolsado la inversión. Es cierto, no lo ha hecho a la entidad constructora o administradora de la obra, pero puesta en servicio, el Ministerio de Hacienda, sin invertir un centavo de su presupuesto, ha recaudado anualmente impuestos como en el caso del vino en obras del sur, en importes que permiten servir un capital doble del invertido en la obra. Y en obras del norte igual cosa ocurre con el importe del impuesto al tabaco, y ambos productos no hubieran salido a la plaza si no se hubiera construído la obra de riego.

La vara me medida financiera de reembolso directo es demasiado rígida para determinar el valor de la obra hidráulica. La obra de riego, crea poblaciones estables, productivas, de agricultores y propietarios, con densidades de más de sesenta habitantes por kilómetro cuadrado, que constituyen un basamento firme para la estabilidad social argentina.

La factibilidad económica de una obra de riego, para el estado y para el usuario, está haciéndose mucho más viable con la generación de energía hidroeléctrica. Una obra de cierta importancia tiene usos múltiples. .Por ejemplo, aquí en Córdoba, la presa de San Roque tiene varios usos diferentes: prevención de crecidas en la ciudad, suministro de agua potable a la ciudad, regadío de los Altos de Córdoba, generación de energía hidroeléctrica en el cañón del río Primero, recreación y pesca en el Lago. La generación de energía, como un subproducto de la obra de conjunto, aporta entradas para rebajar las cargas que les corresponderían a los usuarios de riego, para permitirles una explotación aliviada de su tierra.

Este es el concepto que hoy se sigue en las grandes utilizaciones. Esa energía, que ayuda a pagar los gastos, lleva por otra parte la oportunidad de desarrollo industrial y de electrificación rural de los predios, y hasta para la extensión de la zona regada mediante bombeo eléctrico desde las capas acuíferas subterráneas. Pero establezcamos claramente que esa energía es un subproducto, y como tal,

debe estar supeditado a las necesidades y modalidades del consumo para riego.

ENERGÍA HIDRÁULICA. — A la energía que se genera en una obra de uso múltiple: contralor de crecidas, riego, etc., se le suele llamar el socio capitalista e industrial que alivia o solventa los costos de los otros usos. Pero tiene su papel propio en el fomento industrial de la zona de las obras, y se sale de los límites de ésta, a largas distancias, con líneas de transmisión. No hay temor de que le falten clientes, ellos se forman ante la disponibilidad de un suministro. Hay entonces una solvencia casi inmediata que no plantea problemas de legislación.

NAVEGACIÓN. — El uso del agua para navegación ha de quedar limitado a nuestro sector litoral con sus grandes ríos. Las escasas disponibilidades de agua en el resto del país, tienen y tendrán su uso primordial en el regadío y la energía, para la producción e industrialización, que tendrán salida por medios más rápidos como el ferrocarril y la carretera.

De estos usos variados del agua podemos inferir el carácter amplio de la legislación que ha de conducir a un rápido desarrollo de nuestros recursos hidrológicos. Comprendería una parte, que asegure la continuada observación y registro de datos hidrológicos, agronómicos, industriales y de población, para el fundamento técnico y económico de las obras en proyecto; una parte que establezca la fuente de recursos para ejecución de las obras y las condiciones simples de reembolso o tasas a que estarán sujetos los usuarios y otra parte final que establezca y asegure las condiciones de atención, conservación y explotación de las obras, sea por entes estaduales o por entes privados con permiso del Estado.

Esta parte final parecería algo superflua. Es un resultado de observación nuestra y de otros países la poca dedicación o atracción de los ingenieros a las tareas de explotación y conservación de una obra.

Encontramos refinados cálculos de construcción y de métodos de ejecución, pero no encontramos eficiencia ni adelanto en los métodos de explotación y conservación. El daño por revenimientos en zonas de riego, por ejemplo de Mendoza y Río Negro, tan difícil y costoso de recuperar, tiene su origen primario en una mala explotación del

agua para riego. Debemos llevar al convencimiento de los ingenieros, que también en la explotación tienen un amplio campo para obtener satisfacciones técnicas, en asociación íntima con el usuario del servicio.

El manejo de un embalse, por ejemplo, es una delicada tarea de extraordinaria responsabilidad. Implica conocer día a día las necesidades de los usuarios, el volumen disponible que tiene el embalse y las probabilidades de su acrecimiento o disminución en las futuras estaciones para asegurar siempre un servicio continuo.

Si la disponibilidad de agua fuera ilimitada no habría problema. Pero es precisamente lo contrario: el embalse se ha construído por escasez de agua y la que se acumula debe gastarse con prudencia. Y la obra misma sujeta al trabajo silencioso y constante de la acción del agua que retiene, debe ser periódicamente auscultada y cuidada para que se afirme la seguridad de su comportamiento del que es responsable el ingeniero.

Once ríos para estudio comprensivo. — Si aceptamos el concepto de la conveniencia de formular planes para la cuenca y recorrido de un río, considerado como unidad geográfica, he hecho la siguiente lista de once ríos los más importantes del conjunto de las zonas oeste y sur del país.

Son ellos:

1. — Pilcomayo
2. — Bermejo
3. — Juramento
4. — Dulce
5. — Sistema de Cuyo (San Juan, Mendoza)
6. — Tercero
7. — Colorado
8. — Negro.
9. — Chubut
10. — Senguer
11. — Santa Cruz.

He incluído el Pilcomayo, que tiene el problema adicional de fuente en Bolivia y de límite internacional, y englobado en un solo sistema los ríos de Cuyo por su similitud de condiciones y proximidades entre los mismos.

La dedicación que se dé al estudio de estos sistemas, no implica postergar bajo ningún concepto el estudio y ejecución de obras en

cursos de agua menores. Al contrario, sus problemas más simples permitirán una anticipación de su ejecución.

Los planes para cada río, con su programa de desarrollo, serán la obra coordinada de distintos servicios especializados: meteorología, obras hidráulicas e hidroeléctricas, agronomía, navegación, ferrocarriles, economía, etc., es decir todos los que tendrán una relación de acción en la obra en funcionamiento.

Señores:

Tengo fe en la capacidad técnica y profundo sentido de responsabilidad de nuestros jóvenes ingenieros, quienes son los que tendrán que realizar esos planes. Démosles una oportunidad a quienes armados con el medio legal y financiero, han de acelerar la utilización de nuestra riqueza hidrológica, tan necesaria para el equilibrio económico y social de nuestra patria.

REVISTA DE REVISTAS

Durmientes para ferrocarril de maderas tropicales.— La revista francesa « Bois et Forets des Tropiques » en el número correspondiente al último trimestre de 1950 trata este asunto con abundancia de datos estadísticos y experimentales. El objeto principal del trabajo es la demostración de que la actual demanda de durmientes de madera para conservación y construcción de vías férreas en países tropicales y no tropicales abre nuevos horizontes a la fabricación de traviesas con productos de los bosques que crecen en regiones vecinas a los trópicos. El estudio lleva la firma de J. Coudreau del « Centre Technique Forestier Tropical (C. T. F. T.)».

La monografía está dividida en tres partes: en la primera se estudia el uso y comportamiento del durmiente de madera en países tropicales, con especial referencia a la India, Pakistán, Malaya, Australia, Brasil, Honduras, Salvador, Costa de Oro, Nigeria Británica, Congo Belga, Africa Occidental Francesa, Indochina, Africa Ecuatorial Francesa y Madagascar; en la segunda parte se analiza el empleo de durmientes de madera, especialmente de los que proceden de bosques tropicales, en los países de clima templado y particularmente en Bélgica, Países Bajos, Gran Bretaña y Francia, y accesoriamente se agrega en esta parte del trabajo diversas consideraciones acerca de los inconvenientes y ventajas que implica la utilización de durmientes metálicos y de hormigón; en la parte final el autor se ocupa del porvenir de las traviesas de maderas tropicales.

En esta última parte el articulista, después de dejar sentado que el durmiente de madera sigue siendo el durmiente ideal, recuerda que en el mundo hay aproximadamente 1.250.000 Km de líneas férreas que representan unos 3.000 millones de traviesas, de las cuales el 95 % son de madera. La conservación exige anualmente cerca del 5 % del total de durmientes en uso, lo que representa un suministro por año próximo a los 140 millones (por error de imprenta, seguramente, el artículo dice 40 millones) de traviesas desde todos los bosques del mundo. Los bosques boreales y de la zona templada no pueden, sobre todo ahora, proporcionar este aprovisionamiento y es forzoso recurrir a las maderas tropicales cuyas posibilidades son muy amplias, especialmente con la ayuda de los procedimientos de la tecnología moderna que permiten, con tratamiento previo o con el uso de zapatas de madera mejoradas, el empleo de maderas que hasta no hace mucho eran desechadas en la fabricación de traviesas. La intensificación de esta industria en los países tropicales hará posible, por otra parte, concentrar las explotaciones y mecanizarlas, con lo cual se

obtendrá una apreciable reducción en el costo del durmiente de procedencia tropical.

A lo largo de este interesante estudio, las personas especializadas en tal género de conocimientos encontrarán datos valiosos relacionados con el tratamiento mediante sustancias químicas de maderas duras y blandas destinadas a la fabricación de durmientes, asunto que ya empieza a preocupar en nuestro país con motivo de la creciente carestía del insuperable quebracho colorado.

Es curioso señalar que si bien en el artículo no se mencionan el quebracho y el guayacán de la Argentina, figuran, en cambio, dos maderas conocidas con estos mismos nombres vernáculos en El Salvador, donde se las utiliza para la fabricación de durmientes. Demás está decir que estas dos maderas centroamericanas, *Lysiloma divaricata* (*Jac. Steud.*) y *Myrospermum* (?) *spp.*, no tienen, bajo el aspecto de que se trata, las virtudes del *Schinopsis Lorentzii* (*Griseb.*) *Engl.*, el quebracho colorado santiagueño, ni las del *Caesalpinia melanocarpa* (*Griseb.*), el guayacán negro de nuestra flora.

Ss recupera un valioso subproducto de la caña de azúcar. – Este es el título de una noticia que apareció en el número de septiembre del corriente año de la revista norteamericana « La Hacienda » que se publica en castellano.

Se trata del ácido aconítico cuyos derivados se emplean para fabricar materias plásticas, caucho sintético, detergentes y otros productos industriales.

Los técnicos de la Oficina de Química Agrícola e Industrial del Departamento de Agricultura de los EE. UU. han logrado un método para recuperar el mencionado ácido durante la elaboración del azúcar, con lo cual han suprimido también ciertas dificultades que la presencia de ese ácido originaba en el proceso de fabricación.

Desde 1946 una de las más fuertes compañías azucareras de EE. UU. emplea el procedimiento recomendado por los técnicos oficiales y la demanda de aconitato de calcio y magnesio — la sal que el procedimiento proporciona — ha aumentado desde entonces rápidamente, a tal punto que en 1949 superó a la producción y llegó a una cantidad que se estimó entre 4.500.000 y 9.000.000 de Kg. Para aumentar las disponibilidades de aconitato la empresa azucarera usó el recurso de « alquilar » melaza a otras compañías; es decir que por un precio módico adquiría el derecho de extraer el ácido aconítico de la melaza destinada a fábricas de alcohol y de otros productos. No le fué posible, sin embargo, atender todos los pedidos de aconitato.

Se estima que la recuperación del ácido aconítico constituye una operación lucrativa que aumenta el valor económico de la caña de azúcar para el agricultor y para el ingenio, resultado feliz que la técnica ha hecho alcanzable.

BIBLIOGRAFIA

Luciano R. Catalano, « Atomos y Universo », Buenos Aires, 1950, 523 pág. y 34 fig.

El autor ha expuesto en esta extensa obra muchas nuevas y personales hipótesis con respecto a la constitución y las relaciones generales entre los átomos y el universo. Explica sus puntos de vista sobre las teorías formuladas por los investigadores de esta materia, desde Tales de Mileto a Einstein, en un vasto panorama de ideas y descubrimientos que el doctor Catalano desarrolla extensamente y cuya misma vastedad abruma.

Es difícil expresar una opinión sobre las ponencias, fruto de muchos años de trabajo y estudio, pero la ciencia no progresaría sin el aporte de nuevas ideas, como las que audazmente expone el doctor Catalano. En efecto, todas las teorías que luego fueron aceptadas y que constituyeron la semilla de acontecimientos de enorme trascendencia para el hombre, levantaron resistencias en su época y debieron luchar por mantenerse hasta la confirmación final.

Como siempre, el tiempo y la experiencia dirán en este caso la palabra definitiva. Sin embargo, el autor podría haber omitido numerosas consideraciones filosóficas y también relatos de índole personal en este interesante libro. De este modo hubiera sido mucho más accesible la esencia de la obra, que, para decirlo en pocas palabras, trata del fundamento mismo de nuestra existencia en el cosmos.

La primera parte comienza tratando la geología en el desarrollo de la físico-química nuclear y la geología racional y social.

Siguen después disquisiciones filosóficas sobre la constitución de la materia y termina la primera parte con nuevas observaciones y opiniones posteriores al año 1914.

La segunda parte es extensa (pág. 61/194) y desarrolla la físico-química corpuscular. La tercera parte, en la que se estudia el átomo y el universo y la nueva física corpuscular, contiene considerables sugestiones sobre la constitución de la materia.

Nuevos conceptos e interpretaciones sobre algunos fenómenos físicos vistos de acuerdo a la nueva física corpuscular hallamos en la cuarta parte. La siguiente se titula ''Física nuclear y corpuscular según la hipótesis del doctor Catalano con algunas aclaraciones y ejemplos y sencillas aclaraciones a los razonamientos de Einstein, sobre sus fundamentos de la teoría de la relatividad''.

Termina la obra con un capítulo sobre cosmogénesis, nuevas interpretaciones de leyes generales, originales sugestiones referentes a la ley de gravedad y una hipótesis general definitiva sobre ella.

Concluye el libro con una extensa bibliografía y un índice general muy apropiado.

GUILLERMO HOXMARK.

La Exhibición de la Ciencia en el Festival de Gran Bretaña. Guía-catálogo. Un folleto ilustrado de 56 páginas, en inglés.

En nuestra biblioteca se ha recibido este folleto, publicado por una dependencia oficial del Gobierno de Gran Bretaña con el obeto de facilitar el desenvolvimiento de los visitantes de ''La Exhibición de la Ciencia'' realizada en South Kensigton, de mayo a septiembre del corriente año, como parte importante —ver en ''Anales'' el Noticiario de E. I., T. CLI— del Festival de Gran Bertaña.

He aquí los capítulos que integran la publicación:

El lugar de la Exhibición en el Festival de Gran Bretaña; Alrededor de esta Exhibición; La historia que la Exhibición explica, por el Dr. J. Bronowski; Un laboratorio químico; El cine en la ciencia; La estructura cristalina como motivo para diseños; Grandes descubrimientos científicos y sus aplicaciones; Catálogo de lo exhibido.

El capítulo redactado por el doctor Bronowski es un magnífico trabajo de vulgarización acerca de la naturaleza física y química de la materia y de la estructura de las cosas vivientes.

A. U.

NOTICIARIO

Becas adjudicadas por la Sociedad Científica Argentina. — En su reunión del 25/10/51 la Junta Directiva de nuestra Sociedad, en un todo de acuerdo con el dictamen de la Comisión de Becas, adoptó, entre otras, las siguientes resoluciones:

Aprobar el trabajo de la doctora Clara A. Massa de Mc Millan y publidas electromagnéticas'', felicitar al autor y disponer la publicación de la monografía en « Anales ». Se trata de una beca ordinaria del año 1950;

Aprobar el trabajo de la doctora Clara A. Massa de Mc Millan y publicarlo en « Anales » previa preparación por la interesada de una nota aclaratoria. El tema de este trabajo es ''Oxidación anódica de sales de platino'' y la beca es una de las ordinarias del año 1950;

Aprobar el trabajo del ingeniero Enrique G. Panza sobre ''Obtención de hierro por tratamiento de sus minerales en hornos eléctricos'' y en oportunidad disponer su publicación en « Anales ». Es la beca Torcuato Di Tella 1950-51.

Adjudicar la beca Torcuato Di Tella 1951-52 al ingeniero Carlos A. Carreras y designar padrino de beca al ingeniero Antonio Sturla quien tendrá a su cargo la vigilancia de los trabajos del becario. El tema de estos trabajos será: ''Metalografía y ensayos de aceros de fabricación nacional''.

Primer Congreso Nacional de Cartografía. — Tal como la anunciamos en el número de agosto de estos « Anales », el 27 del corriente mes inició sus deliberaciones este Congreso. La Sociedad Científica Argentina está representada en el mismo por el secretario de su Junta Directiva, agrimensor Antonio M. Saralegui y por el ingeniero Andrés E. Garlan.

Homenaje al doctor Valentín Balbín con motivo del centenario de su nacimiento. — Magnífico fué el acto con que el 14 del corriente se rindió este homenaje en el salón ''Florentino Ameghino'' de nuestra Sociedad. Como lo expresamos en el número anterior de « Anales », la Academia Nacional de C. E. F. y N., la Facultad de C. E. F. y N., el Colegio Nacional de Buenos Aires, la Sociedad Científica Argentina y la Unión Matemática Argentina se mancomunaron para esta recordación. Familiares del doctor Balbín, calificados representantes de las entidades que auspiciaban el acto y numeroso público, siguieron con justificado interés la palabra de los oradores.

Con galana palabra abrió el acto nuestro presidente, doctor Abel Sánchez Díaz, y le sucedieron en la tribuna el doctor Osmán Moyano, rector del Colegio Nacional de Buenos Aires, que habló sobre "Balbín educador"; el académico, doctor Juan Blaquier, que desarrolló el tema "Valentín Balbín, matemático y humanista", y el ingeniero Enrique Chanourdie que se ocupó de "El ingeniero Balbín y su medio". Todos fueron calurosamente aplaudidos.

Sin espacio para ser más latos con respecto a este homenaje, volveremos sobre el tema en un número próximo.

Homenaje al doctor Enrique Herrero Ducloux en oportunidad del 50º aniversario de su graduación. — Este homenaje, preparado por los discípulos, colegas y amigos del brillante intelectual que es el doctor Herrero Ducloux, se llevó a cabo en la Sociedad Científica Argentina, con sala colmada de concurrencia y simpatía, el 26/11/51.

Hablaron el doctor Abel Sánchez Díaz, presidente de la comisión organizadora del homenaje y el secretario de la misma, doctor Pedro A. Berdoy. Agradeció la demostración, con magníficas frases, el doctor Herrero Ducloux.